



22. November 2010



Forschungsprojekt Erdsondenoptimierung:

Einfluss der Sonden hinterfüllung

Projekt: Erdsondenoptimierung: Einfluss der Hinterfüllung

Projektbearbeitung: Huber Energietechnik AG Tel. 044 227 79 78
Jupiterstrasse 26, 8032 Zürich Fax 044 227 79 79
Arthur Huber, dipl. Ing. ETH / SIA arthur.huber@hetag.ch

Aufgabenstellung: Um den mit der Installation einer Wärmepumpe verbundenen Mehrstromverbrauch zu begrenzen und damit Wärmepumpen gegenüber der Öl- und Gasheizung einen deutlichen ökonomischen und ökologischen Vorteil aufweisen, muss die Jahresarbeitszahl (JAZ) möglichst hoch liegen. Dann können auch bei fossiler Erzeugung des Stroms der Primärenergieverbrauch und die CO₂-Emissionen stark verringert werden.

Im Ergebnis soll über eine Optimierung der Sondenbauweise mittelfristig eine deutliche Erhöhung der JAZ von neu gebauten Wärmepumpen mit Erdwärmesonden erreicht werden.

Im vorliegenden Teilebericht soll der Einfluss der Sonden hinterfüllung auf den Sonden ertrag berechnet werden. Dazu wird die Erdwärmesondengleichung analytisch hergeleitet und die Ertragsverbesserung wird analytisch berechnet. Im Vergleich dazu wird die Ertragsverbesserung auch mit dem validierten Erdwärmesonden-Simulationsprogramm EWS (Huber [11]) berechnet und verglichen.

Ergebnisse: Der analytische Ansatz mit der Erdwärmesondengleichung eignet sich gut, um die verschiedenen Einflüsse auf den Sonden ertrag abzuschätzen. Der analytische Ansatz hat gegenüber einer Simulationsrechnung den Vorteil, dass die verschiedenen Einflüsse systematisch erfasst werden können und Verallgemeinerungen möglich sind. Der Vergleich mit der Simulationsrechnung am Beispiel der Sonden hinterfüllung zeigt eine Abweichung des Resultats von ca. 20%, was angesichts der Vereinfachungen des analytischen Ansatzes als gute Übereinstimmung betrachtet werden kann.

Der analytische Ansatz zeigt insbesondere die folgenden Resultate über den Nutzen einer besser wärmeleitenden Sonden hinterfüllung:

1. Die prozentuale Ertragsverbesserung ist unabhängig von der absoluten Sondenbelastung \dot{q} [W/m].
2. Die Ertragsverbesserung ist bei Einzelsonden grösser als bei Sondenfeldern.
3. Da der Wärmewiderstand des Bodens R_g mit der Zeit zunimmt, nimmt auch die Ertragsverbesserung bei längeren Sondenlaufzeiten etwas ab.
4. Die Ertragsverbesserung ist um so stärker, je besser die Wärmeleitfähigkeit des Bodens ist.
5. Bei ausgeglichener Sondenbilanz muss der Wärmewiderstand des Bodens R_g nur für ein Jahr betrachtet werden.

Inhalt

1	Analytische Erdsondengleichung	3
1.1	Wärmeleitungsgleichung und Sprungantwort g	3
1.1.1	Wärmeleitungsgleichung	3
1.1.2	Der radiale Temperatur-Trichter	3
1.1.3	Dimensionslose Temperatursprungantwort g	4
1.1.4	Vergleich der Modelle	5
1.2	Die Bohrlochtemperatur T_b und die Fluidtemperatur T_f	6
1.2.1	Die Fluidtemperatur T_f	6
1.3	Thermische Widerstände R_a und R_b in der Doppel-U-Sonde	7
1.3.1	Internen Bohrlochwiderstandes R_a nach Hellström [6]	8
1.3.2	Bohrlochwiderstandes R_b nach Hellström [6]	8
1.4	Thermische Widerstände R_a / R_b an der Koaxialsonde	9
1.4.1	Modellierung des internen Bohrlochwiderstandes R_a	9
1.4.2	Modellierung des Bohrlochwiderstandes R_b	9
1.5	Analytische Erdsondengleichung	10
1.5.1	Konzept der thermischen Widerstände	10
1.5.2	thermische Verbraucherwiderstand R_f	10
1.5.3	Thermischer Transportwiderstand R_m	11
1.5.4	Wärmewiderstand des Bodens R_g	12
1.5.5	Analytische Erdwärmesondengleichung	14
2	Einfluss der Hinterfüllung auf den Sondenertrag	15
2.1	Analytische Betrachtung	15
2.2	Ertragsverbesserung mit Thermozeement	16
2.3	Zusammenhang Ertragsverbesserung / Sondentemperatur	17
2.4	Beispiel Erhöhung Sonderrücklauftemperatur mit Thermozeement	18
3	Symbolverzeichnis	19
3.1	Lateinische Symbole	19
3.2	Griechische Symbole	20
4	Literaturverzeichnis	21

1 Analytische Erdsondengleichung

1.1 Wärmeleitungsgleichung und Sprungantwort g

1.1.1 Wärmeleitungsgleichung

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird vorausgesetzt, dass der dominante Wärmetransportmechanismus im Erdreich die Wärmeleitung ist, der konvektive Wärmetransport durch Wasserbewegungen im Erdreich also vernachlässigt werden kann. Das Problem der Wärmeleitung im Erdreich um eine Erdwärmesonde ist axialsymmetrisch. In Axialkoordinaten kann die Wärmeleitungsgleichung um eine Erdwärmesonde in radialer Richtung geschrieben werden als

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T_{\text{Earth}}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{\text{Earth}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_{\text{Earth}}}{\partial r} \quad \text{Gl. 1.1}$$

wobei die Temperaturleitfähigkeit a definiert ist durch

$$\text{Def: } a = \frac{\lambda}{c p_{\text{Earth}} \cdot \rho_{\text{Earth}}} \quad \text{Gl. 1.2}$$

Die Wärmeleitungsgleichung ist linear, so dass sowohl Einzelsonden, als auch Sondenfelder bei geometrischer Ähnlichkeit ähnliche Temperatur-Sprungantworten aufweisen. Diese Ähnlichkeit bezieht sich auf alle Temperaturen im Erdreich für alle Radien r um die Erdwärmesonden und für alle Zeiten t .

Bei einem Wärmeentzug aus einer Erdwärmesonde entsteht so im Erdreich eine Temperaturabsenkung ΔT_{Earth} gegenüber der unbeeinflussten Erdreichtemperatur (=Temperaturtrichter), die sich mit fortlaufendem Entzug radial ausweitet. Diese Temperaturabsenkung ΔT_{Earth} kann mit der spezifischen Entzugsleistung \dot{q} und der Wärmeleitfähigkeit λ_{Earth} dimensionsbefreit werden:

$$\text{Def: } g(r, t) = \frac{\Delta T_{\text{Earth}}(r, t) 2\pi \lambda_{\text{Earth}}}{\dot{q}} \quad \text{Gl. 1.3}$$

1.1.2 Der radiale Temperatur-Trichter

Im stationären Fall ist der radiale Wärmefluss \dot{q} im Sonden-Nahbereich konstant und es gilt

$$\frac{\dot{q}}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{\partial T_{\text{Earth}}}{\partial r} \cdot \lambda_{\text{Earth}} = \frac{\partial g}{\partial r} \cdot \frac{\dot{q}}{2 \cdot \pi} \quad \text{Gl. 1.4}$$

Durch Integration von r bis r_1 wird daraus

$$g(r) = g(r_1) - \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) \quad \text{Gl. 1.5}$$

Diese Beziehung erlaubt es, mit einer einzigen Sprungantwort g das Temperaturverhalten im ganzen Sonden-Nahbereich abzuschätzen und bei bekannter Sprungantwort g an der Stelle r_1 auf die Sprungantwort g an der Stelle r zu schliessen. Zu beachten ist dabei allerdings, dass für kleine Zeitschritte t die Annahme eines stationären Falles zu grösseren Abweichungen führt.

1.1.3 Dimensionslose Temperatursprungantwort g

Carslaw & Jaeger [2] haben die Wärmeleitungsgleichung für eine unendliche Linienquelle analytisch gelöst und haben für g die folgenden Beziehung gefunden:

$$g = \frac{1}{2} \cdot \left[-\gamma - \ln\left(\frac{r^2}{4 \cdot t \cdot a}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\left(\frac{r^2}{4 \cdot a \cdot t}\right)^n}{n \cdot n!} \right] \cong \frac{1}{2} \cdot \left[\ln\left(\frac{4 \cdot t \cdot a}{r^2}\right) - \gamma \right] \quad \text{Gl. 1.6}$$

wobei $\gamma=0.5772..$ die Eulerkonstant ist.

Werner, A.; Bigler, R.; Niederhauser, A. et. al. [19] sind durch eine Analogie, abgeleitet aus der Brunnengleichung, auf die identische Lösung gekommen. Im Programm-Modul EWS ist Gl. 1.6 eingebaut und diese kann wahlweise, als Alternative zur g-Funktion von Eskilson, als äussere Randbedingung für das Simulationsgebiet ausgewählt werden.

Da bei einer unendlichen Linienquelle aus Gründen der Symmetrie das Nachströmen von Wärme weder von oben noch von unten möglich ist, führt der Ansatz von Carslaw und Jaeger zu einer stetigen Vergrößerung des Temperaturtrichters, ein Gleichgewichtszustand ist mit diesem Ansatz nicht möglich. Da aber untiefe Erdwärmesonden primär die im Sommer von der Erdoberfläche ins Erdreich gespeicherte Wärme nutzen, wurde an der Universität Lund ein Ansatz für Erdwärmesonden mit der endlichen Sondenlänge H entwickelt.

Nach Claesson und Eskilson [3] besitzen Erdwärmesonden eine Zeitkonstante t_s , mit der das zeitliche Verhalten des Erdreichs um die Erdwärmesonden dimensionsbefreit werden kann:

$$t_s = \frac{H^2}{9a} \quad \text{Gl. 1.7}$$

Die dimensionslose Zahl E_s von Eskilson

$$E_s = \frac{t}{t_s} = \frac{9a}{H^2} t \quad \text{Gl. 1.8}$$

kann somit als dimensionslose Zeit für Sondenfelder und Einzelsonden betrachtet werden.

Die Kenntnis der Zeitkonstanten ist vor allem bei nicht ausgeglichener jährlicher Entzugsbilanz wesentlich. Bis zum Zeitpunkt $E_s = 0.1$ muss mit einer merklichen Abkühlung bzw. Erwärmung des Erdreiches gerechnet werden. Danach erfolgt nur noch eine sehr geringe Temperaturänderung im Erdreich. Der Gleichgewichtszustand zwischen Wärmeentzug und nachhaltigem Nachfliessen der Wärme ist dann ab ca. $E_s = 10$ erreicht.

Die dimensionslose Temperatursprungantwort g ("g-function") ist nach Eskilson (1987) sowohl für Einzelsonden als auch für Sondenfelder einzig eine Funktion der dimensionslosen Zeit E_s und des dimensionslosen Sondenabstandes r_b/H . Man geht dabei von einem konstanten, spezifischen Wärmeentzug pro Sondenlänge \dot{q} aus.

Für eine Einzelsonde im Bereich $5 r_1^2/a < t < t_s$ kann die Funktion g bei einem maximalen Fehler von 7 % angenähert werden mit

$$g(t, r_1) = \ln\left(\frac{H}{2r_1}\right) + 0.5 \ln(Es) \tag{Gl. 1.9}$$

Für Zeiten grösser als t_s strebt die Einzelsonde dem folgenden Gleichgewichtszustand zu:

$$g(r_1) = \ln\left(\frac{H}{2 \cdot r_1}\right) \tag{Gl. 1.10}$$

In Abb. 1.1 sind als Beispiel die dimensionslosen Temperatur-Sprungantworten g von zwei Erdwärmesonden im Abstand B eingezeichnet. Im Vergleich dazu ist gestrichelt die g -function einer Einzelsonde dargestellt. Weitere Temperatur-Sprungantworten für verschiedene Erdwärmesondenfelder sind in Abb. 1.2 zu finden.

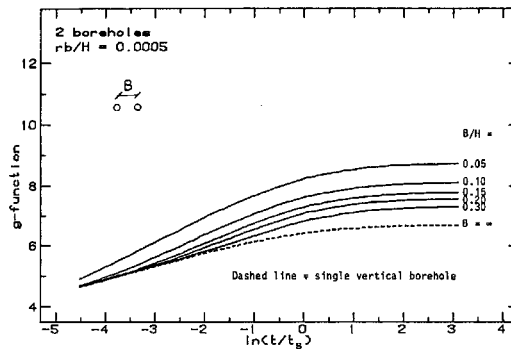


Abb. 1.1 Dimensionslose Sprungantwort g für 2 Erdwärmesonden mit Abstand B nach Eskilson [4].

1.1.4 Vergleich der Modelle

In Abb. 1.2 werden die Ansätze von Carslaw & Jaeger für eine unendlich tiefe Erdwärmesonde mit dem Ansatz von Eskilson für je eine 10m, 100m und 500m tiefe Erdwärmesonde verglichen. Bis zum Erreichen der Zeitkonstante t_s ist zwischen den Modellen keine Abweichung festzustellen.

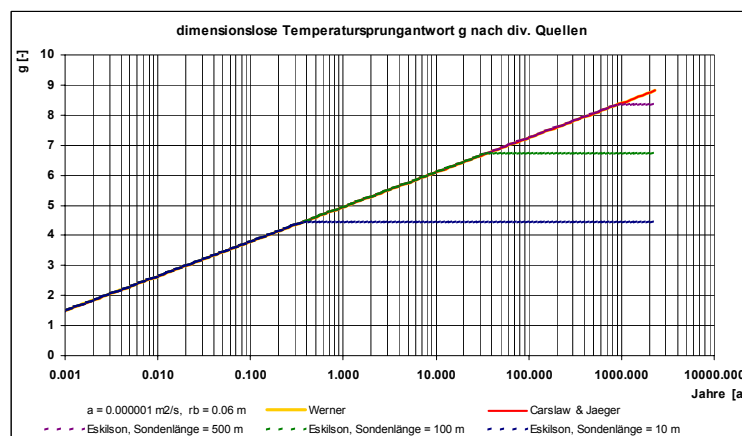


Abb. 1.2 Dimensionslose Sprungantwort g nach Carslaw & Jaeger [2] und Eskilson [4].

1.2 Die Bohrlochtemperatur T_b und die Fluidtemperatur T_f

Um die Temperatur im Erdreich zu erhalten, kann nun die Temperatur-Sprungantwort ΔT von der ungestörten Anfangstemperatur T_m abgezählt werden (Superpositionsprinzip). Die Temperatur am Bohrlochrand $T_{\text{Earth}(r_1)}$ (=Bohrlochtemperatur T_b) kann aus g und T_m berechnet werden mit

$$T_b(z) = T_m(z) - R_g \cdot \dot{q} = T_m(z) - \frac{\dot{q}}{2 \pi \lambda_{\text{Earth}}} g(t, r_1) \quad \text{Gl. 1.11}$$

T_m ist die mittlere Erdtemperatur im ungestörten Zustand in der Tiefe z . Sie berechnet sich aus der durchschnittlichen Jahres-Erdoberflächentemperatur T_{mo} und dem Temperaturgradienten ΔT_{Grad} .

Die durchschnittliche Jahres-Erdoberflächentemperatur T_{mo} ist gleich der durchschnittlichen Lufttemperatur plus einer mittleren Bodenerwärmung die typisch zwischen 0.8 bis 2°C liegt, der Temperaturgradient ΔT_{Grad} schwankt in der Schweiz typischerweise zwischen 0.025 bis 0.045 K/m.

Die über die Bohrtiefe gemittelte Bohrlochtemperatur $\overline{T_b}$ ist definiert als

$$\text{Def} \quad \overline{T_b} = \frac{1}{H} \cdot \int_0^H T_b(z) \cdot dz \quad \text{Gl. 1.12}$$

Für den Fall eines konstanten Wärmeentzugs pro Bohrlänge \dot{q} kann die über die Tiefe im Bohrloch gemittelte Bohrlochtemperatur $\overline{T_b}$ berechnet werden mit

$$\overline{T_b} = \overline{T_m} - R_g \cdot \dot{q} = \overline{T_m} - \frac{\dot{q}}{2 \pi \lambda_{\text{Earth}}} g(t, r_1) \quad \text{Gl. 1.13}$$

wobei

$$\overline{T_m} = T_{\text{mo}} - \Delta T_{\text{Grad}} \cdot \frac{H}{2} \quad \text{Gl. 1.14}$$

1.2.1 Die Fluidtemperatur T_f

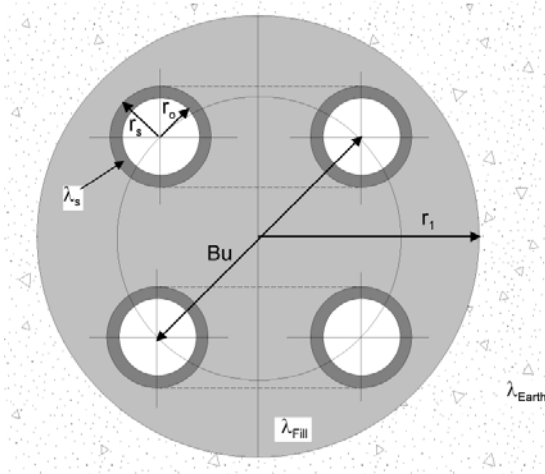
Die mittlere Fluidtemperatur T_f ist definiert als der arithmetische Mittelwert des nach unten und des nach oben strömenden Sondenfluids

$$\text{Def:} \quad T_f(z) = \frac{T_{\text{up}}(z) + T_{\text{down}}(z)}{2} \quad \text{Gl. 1.15}$$

Die Fluidtemperatur T_f ist also eine Funktion der Tiefe z im Bohrloch. Die mittlere Fluidtemperatur $\overline{T_f}$ ist definiert als

$$\text{Def:} \quad \overline{T_f} = \frac{1}{2} \cdot (T_{\text{Quelle}} + T_{\text{Rücklauf}}) \quad \text{Gl. 1.16}$$

1.3 Thermische Widerstände R_a und R_b in der Doppel-U-Sonde



Eine idealisierte Doppel-U-Sonde mit dem Bohrradius r_1 und mit den 4 Sondenrohren (mit Innenradius r_o und Aussenradius r_s) ist auf nebenstehendem Bild zu sehen. In je 2 Sondenrohren fliesst das Sondenfluid nach unten und nach oben. Die Hinterfüllung besitzt die Wärmeleitfähigkeit λ_{Fill} , die Sondenrohre λ_s und das umgebende Erdreich λ_{Earth} . Die genaue Lage der 4 Sondenrohre in der Bohrung kann definiert werden mit der Exzentrizität b

$$b = \frac{Bu}{2 \cdot r_1} \quad \text{Gl. 1.17}$$

Abb. 1.3 Bezeichnungen an der Doppel-U-Sonde.

Die Exzentrizität b ist mit dem Rohrabstand Bu („shank spacing“) gemäss Abb. 1.3 definiert. Die geometrisch maximal mögliche Exzentrizität b_{Max} beträgt:

$$b_{Max} = \frac{2 \cdot r_1 - 2 \cdot r_s}{2 \cdot r_1} = 1 - \frac{r_s}{r_1} \quad \text{Gl. 1.18}$$

Die geometrisch minimale Exzentrizität b_{Min} (bei einem nicht zentrierten Füllrohr) beträgt:

$$b_{Min} = \frac{r_s}{r_1} \quad \text{Gl. 1.19}$$

Als reine Stoffgrösse wird der Konduktivitätsparameter σ definiert mit

$$\sigma = \frac{\lambda_{Fill} - \lambda_{Earth}}{\lambda_{Fill} + \lambda_{Earth}} \quad \text{Gl. 1.20}$$

Der interne thermische Bohrlochwiderstand R_a [Km/W] ist eine charakteristische Grösse für die längenbezogenen, thermischen „Verluste“ Δq_i [W/m] des heraufströmenden Fluids an das nach unten strömende Fluid und ist unabhängig von der Tiefe im Bohrloch:

$$\text{Def: } R_a = \frac{T_{up}(z) - T_{down}(z)}{\Delta q_i(z)} \quad \text{Gl. 1.21}$$

Mit der mittleren Fluidtemperatur T_f in der Sonde und der Bohrlochtemperatur T_b kann der thermische Bohrlochwiderstand R_b definiert werden als

$$\text{Def: } R_b = \frac{T_b(z) - T_f(z)}{\dot{q}} \quad \text{Gl. 1.22}$$

Der Bohrlochwiderstand R_b ist unabhängig von der Tiefe im Bohrloch und setzt sich zusammen aus dem Bohrloch-Hinterfüllungswiderstand R_c und dem Wärmeübergangswiderstand R_α von der Hinterfüllung ans Sondenfluid:

$$R_b = R_\alpha + R_c \quad \text{Gl. 1.23}$$

Bei Doppel-U-Sonden kann der Wärmeübergangswiderstand R_α berechnet werden mit

$$R_\alpha = \frac{1}{8 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot r_o} \quad \text{Gl. 1.24}$$

1.3.1 Internen Bohrlochwiderstandes R_a nach Hellström [6]

Nach Hellström [6] (1991, S. 147, Formel 9.149) kann der interne Bohrlochwiderstand R_a für Doppel-U-Sonden mit symmetrischer Sondenrohr-Anordnung berechnet werden mit

$$R_a = \frac{1}{\pi \cdot \lambda_{\text{Fill}}} \left[\ln \left(\frac{\sqrt{2} \cdot b \cdot r_1}{r_o} \right) - \frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{2 \cdot b \cdot r_1}{r_o} \right) - \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \ln \left(\frac{1-b^4}{1+b^4} \right) \right] + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot \alpha} + R_s \quad \text{Gl. 1.25}$$

wobei R_s der thermischer Widerstand der Sondenrohr-Wand ist, der berechnet wird mit

$$R_s = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_s} \cdot \ln \left(\frac{r_s}{r_o} \right) \quad \text{Gl. 1.26}$$

1.3.2 Bohrlochwiderstandes R_b nach Hellström [6]

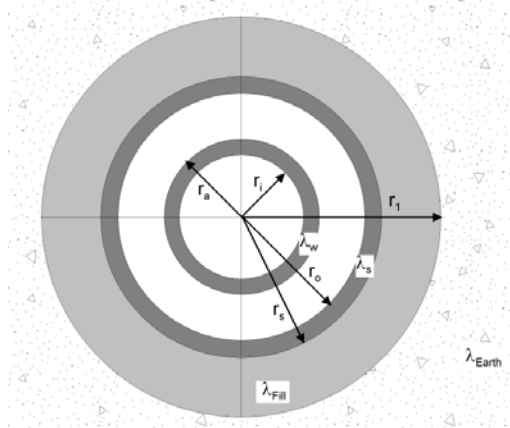
Für eine Doppel-U-Sonde kann nach Hellström [6] (S. 89, Formel 8.69) der Bohrlochwiderstand R_b berechnet werden mit

$$R_b = \frac{1}{8 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Fill}}} \cdot \left[\beta + \ln \left(\frac{r_1}{r_o} \right) + \ln \left(\frac{r_1}{Bu} \right) + \sigma \cdot \ln \left(\frac{r_1^4}{r_1^4 - \frac{Bu^4}{16}} \right) - \frac{\frac{r_o^2}{Bu^2} \left[1 - \sigma \cdot \frac{\frac{1}{4} Bu^4}{\left(r_1^4 - \frac{Bu^4}{16} \right)} \right]^2}{\left\{ \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{r_o^2}{Bu^2} \left[1 + \sigma \cdot \frac{Bu^4 \cdot r_1^4}{\left(r_1^4 - \frac{Bu^4}{16} \right)^2} \right] \right\}} \right] \quad \text{Gl. 1.27}$$

und

$$\beta = 2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Fill}} \cdot [R_\alpha + R_w] = \lambda_{\text{Fill}} \cdot \left[\frac{1}{r_o \cdot \alpha} + \frac{1}{\lambda_s} \cdot \ln \left(\frac{r_s}{r_o} \right) \right] \quad \text{Gl. 1.28}$$

1.4 Thermische Widerstände R_a / R_b an der Koaxialsonde



Bezeichnungen an der Koaxialsonde

Eine idealisierte Koaxialsonde ist in Abb. 1.4 dargestellt. Grau dargestellt ist die Bohrung mit dem Bohrradius r_1 .

Die Hinterfüllung besitzt die Wärmeleitfähigkeit λ_{Fill} , das innere Sondenrohr λ_w , das äussere Sondenrohr λ_s und das Erdreich λ_{Earth} .

r_i und r_a sind die inneren und äusseren Radien des inneren Sondenrohres, r_o und r_s die inneren und äusseren Radien des äusseren Sondenrohres.

Abb. 1.4 Bezeichnungen an der Koaxialsonde.

1.4.1 Modellierung des internen Bohrlochwiderstandes R_a

Auch für Koaxialsonden gilt die Definition für den internen Bohrlochwiderstand R_a nach Gl. 1.21. Der thermische Widerstand R_a ist somit die Summe aus dem Wärmeübergangswiderstand vom hinaufströmende Fluid ans Innenrohr, dem thermischen Widerstand des Innenrohres und dem Wärmeübergangswiderstand vom Innenrohr ans hinabströmenden Fluid:

$$R_a = \left[\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot \alpha_i} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_w} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_a \cdot \alpha_a} \right] \quad \text{Gl. 1.29}$$

1.4.2 Modellierung des Bohrlochwiderstandes R_b

Bei der Koaxialsonde ist R_b definiert als der thermische Widerstand des äusseren Sondenfluids (in der Regel das hinabströmende Fluid) bis an die Wand des Bohrlochs (beim Radius r_1):

$$R_b = \left[\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot \alpha_o} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_s} \cdot \ln\left(\frac{r_s}{r_o}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{Fill}}} \cdot \ln\left(\frac{r_1}{r_s}\right) \right] \quad \text{Gl. 1.30}$$

1.5 Analytische Erdsondengleichung

1.5.1 Konzept der thermischen Widerstände

Das Konzept der thermischen Widerstände geht von einem quasi-stationären Zustand aus und postuliert einen linearen Zusammenhang zwischen Temperaturgradient und spez. Wärmezug:

$$T_{Nutzer} - T_{Wärmequelle} \equiv \sum R \cdot \dot{q} \tag{Gl. 1.31}$$

Für Erdwärmesonden können die thermischen Widerstände wie folgt aufgeteilt werden:

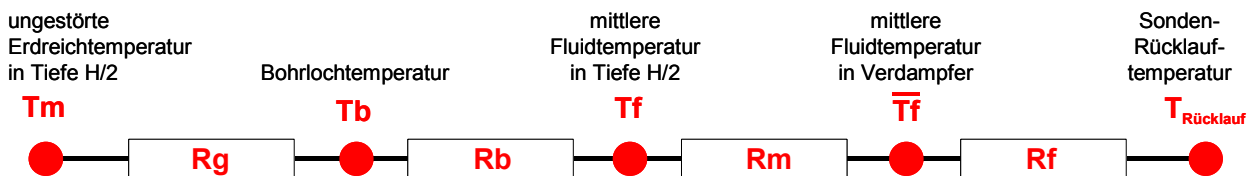
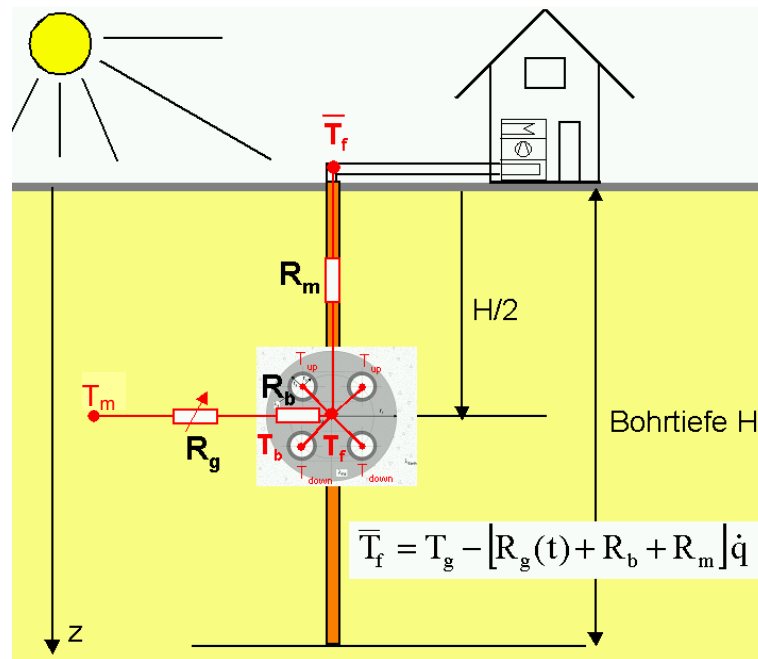


Abb. 1.5: Thermische Widerstände in einer Erdwärmesonde

1.5.2 thermische Verbraucherwiderstand Rf

Die Bilanz über dem Wärmebezügler oder Verdampfer kann wie folgt aufgestellt werden:

$$(T_{Quelle} - T_{Rücklauf}) \cdot \dot{m} \cdot cp_{Sole} = \dot{Q}_{Verdampfer} = \dot{Q}_{Sonde} = H \cdot \dot{q} \tag{Gl. 1.32}$$

Mit Gl. 1.16 kann daraus der **thermische Verbraucherwiderstand Rf** wie folgt definiert werden:

$$T_{Quelle} = \bar{T}_f + \frac{H}{2 \cdot \dot{m} \cdot cp_{Sole}} \dot{q} \equiv \bar{T}_f + R_f \cdot \dot{q} \tag{Gl. 1.33}$$

$$T_{Rücklauf} = \bar{T}_f - \frac{H}{2 \cdot \dot{m} \cdot cp_{Sole}} \dot{q} \equiv \bar{T}_f - R_f \cdot \dot{q} \tag{Gl. 1.34}$$

1.5.3 Thermischer Transportwiderstand R_m

Im Wärmeentzugsfall liegt die höchste, mittlere Fluid-Temperatur T_f im Sondenfuss. Beim Transport nach oben verliert das Sondenfluid durch Wärmeabgabe an das hinunterfliessende Fluid und unter Umständen auch oben ans Erdreich wieder ein Teil dieses Temperaturniveaus. Unter der Annahme einer konstanten, spezifischen Entzugsleistung \dot{q} über die ganze Sondenlänge (für die meisten Sondenbetriebe eine durchaus brauchbare Annahme) erhält man für die Fluidtemperatur in der Sonde die folgende Beziehung (Herleitung in Huber [12]):

$$T_{up}(z) = T_{mo} + \Delta T_{Grad} \cdot \frac{H}{2} - \left[\frac{g(t, H)}{2\pi \lambda_{Earth}} + R_b + \frac{1}{R_a} \cdot \frac{H^2 - z \cdot H + \frac{z^2}{2}}{\dot{m}^2 \cdot cp_{Sole}^2} - \frac{H - z}{2 \cdot \dot{m} \cdot cp_{Sole}} \right] \dot{q} \quad \text{Gl. 1.35}$$

$$T_{down}(z) = T_{mo} + \Delta T_{Grad} \cdot \frac{H}{2} - \left[\frac{g(t, H)}{2\pi \lambda_{Earth}} + R_b + \frac{1}{R_a} \cdot \frac{H^2 - z \cdot H + \frac{z^2}{2}}{\dot{m}^2 \cdot cp_{Sole}^2} + \frac{H - z}{2 \cdot \dot{m} \cdot cp_{Sole}} \right] \dot{q} \quad \text{Gl. 1.36}$$

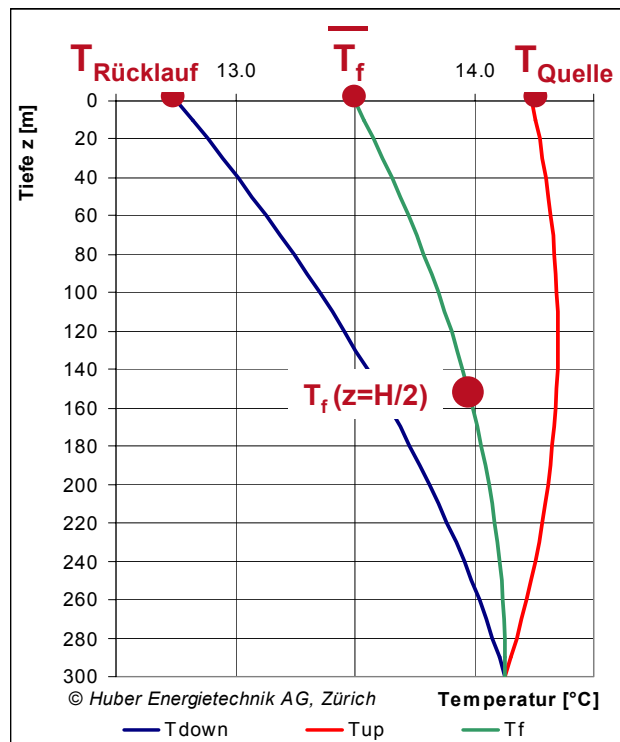


Abb. 1.6: Temperaturverlauf im Sondenfluid nach Huber [12]

Damit kann der **thermische Transportwiderstand** R_m definiert werden als

$$T_f \left(z = \frac{H}{2} \right) - \bar{T}_f \equiv R_m \cdot \dot{q} = \left(\frac{1}{3 \cdot R_a} \cdot \frac{H^2}{\dot{m}^2 \cdot cp_{Sole}^2} \right) \cdot \dot{q} \quad \text{Gl. 1.37}$$

1.5.4 Wärmewiderstand des Bodens R_g

Der Wärmewiderstand des Bodens R_g ergibt sich aus der Temperaturdifferenz der Bohrlochoberfläche T_b und dem ungestörten Temperaturniveau in der gleichen Tiefe. Mit der Definition der g-functions (Gl. 1.3) ergibt sich die Definitionsgleichung für R_g :

$$T_m - T_b = \Delta T(r = r_b, t) = \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda} \cdot g(r_b, t) = R_g \cdot \dot{q} \quad \text{Gl. 1.38}$$

Speziell am Wärmewiderstand R_g ist, dass R_g eine Funktion der Zeit ist und sich bei konstantem Entzug ständig vergrößert (cf. Kapitel 1.1).

Mit Gl. 1.9 und Gl. 1.10 lässt sich der Wärmewiderstand des Bodens R_g für eine Einzelsonde bei einem konstanten Entzug relativ genau abschätzen. Bei mehreren, sich gegenseitig beeinflussenden Erdwärmesonden kann man entweder auf die publizierten g-functions z.B. von Eskilson [4] zurückgreifen, oder alternativ dazu die Näherungsgleichungen von Huber [11] für die Abschätzung der g-functions von Sondenfeldern verwenden. Mit Hilfe von Gl. 1.5 lässt sich damit sogar das Temperaturfeld um eine Erdwärmesonde in stationären Zustand berechnen. Ein Beispiel dazu findet sich bei Huber [12]:

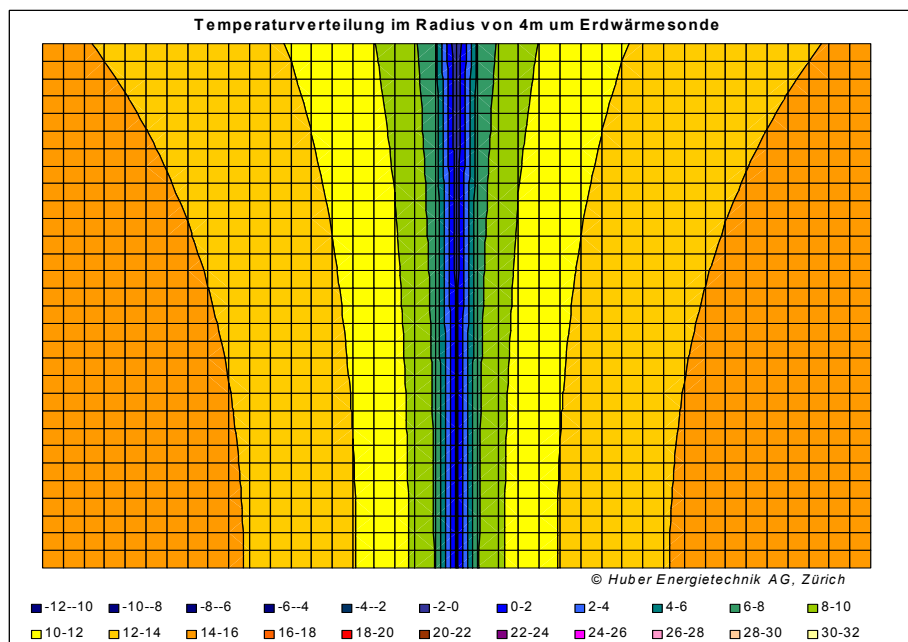


Abb. 1.7: Erdreichtemperatur um eine 300m tiefe Erdwärmesonde mit $\lambda_{\text{Earth}} = 2.4 \text{ W/mK}$ nach 30 Tagen Dauerentzug mit 40 W/m (Huber, 2005 [12]).

Es stellt sich nun die Frage, wie mit einem nicht konstantem Wärmeentzug (z.B. taktender Entzug durch das An- und Abstellen einer Wärmepumpe) umgegangen werden kann. Hier hilft uns die Linearität der Wärmeleitungsgleichung. Diese ermöglicht es, ein Wärmeentzugsprofil aus mehreren Einzel-Entzugsprofilen zusammensetzen (Superpositionsprinzip, Claesen [3], Eskilson [4]). Good et al. [5] haben gezeigt, dass es für die Sondenauslegung reicht, für das Langfristverhalten mit den Jahres-Durchschnittsentzug zu rechnen, superponiert mit einem zusätzlichen saisonalen Durchschnittsentzug und einem kurzfristigen Entzugs-Peak.

Das obige Prinzip soll an einem Beispiel erläutert werden:

Es soll ein Entzugsprofil erstellt werden, womit der thermische Wärmewiderstand des Bodens R_g im 3. Sondenbetriebsjahr berechnet werden kann. Dazu sollen die folgenden Randbedingungen gelten:

1. spezifische Entzugsleistung der Sonde (bei Sondenbetrieb) von 40 W/m
2. $2'200 \text{ h/a}$ Vollbetriebsstunden des Sondenentzugs (Laufzeit der Wärmepumpe)
3. Heizperiode $5200 \text{ Stunden pro Jahr}$
4. Auslegungs-Dauerbetrieb von 3 Tagen mit 40 W/m

Mit diesen Randbedingungen berechnet sich der Jahresdurchschnittsentzug als

$$\bar{q}_a = 40 \text{ W/m} \cdot \frac{2200 \text{ h}}{8760 \text{ h}} = 10.0 \text{ W/m} \quad \text{Gl. 1.39}$$

Der zusätzliche, saisonale Durchschnittsentzug berechnet sich mit

$$\bar{q}_s = 40 \text{ W/m} \cdot \frac{2200 \text{ h}}{5200 \text{ h}} - 40 \text{ W/m} \cdot \frac{2200 \text{ h}}{8760 \text{ h}} = 6.9 \text{ W/m} \quad \text{Gl. 1.40}$$

Der zusätzliche Peak für die 3 Tage Dauerbetrieb ergibt sich aus

$$\dot{q}_{peak} = 40 \text{ W/m} - 40 \text{ W/m} \cdot \frac{2200 \text{ h}}{5200 \text{ h}} = 23.1 \text{ W/m} \quad \text{Gl. 1.41}$$

Dieses Entzugsprofil sieht dann wie folgt aus:

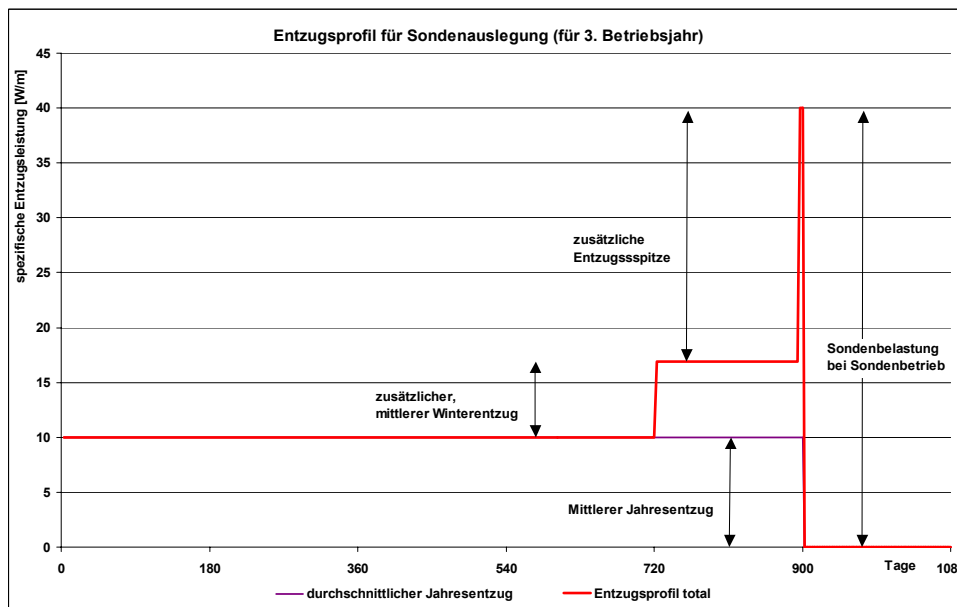


Abb. 1.8: Entzugsprofil für die Bestimmung des Wärmewiderstandes des Bodens R_g im 3. Betriebsjahr einer Erdwärmesonde ohne aktive Regeneration mit Hilfe des Superpositionsprinzips.

Der Wärmewiderstand des Bodens (bezogen auf die Peak-Sondenbelastung) berechnet sich nun daraus wie folgt:

$$R_g = \frac{g(r_b, t = 2.5 \text{ Jahre})}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{Earth}} \cdot \frac{\bar{q}_a}{40 \text{ W/m}} + \frac{g(r_b, t = 5200h)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{Earth}} \cdot \frac{\bar{q}_s}{40 \text{ W/m}} + \frac{g(r_b, t = 36h)}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{Earth}} \cdot \frac{1}{40} \quad \text{Gl. 1.42}$$

Wir können also den Wärmewidstand des Langfristverhaltens, des zusätzlichen saisonalen Verhaltens und des zusätzlichen Peaks (immer bezogen auf die jeweilige Laufzeit) addieren, müssen diese aber auf die Bezugsleistung (Auslegungsleistung, im Beispiel 40 W/m) skalieren, damit sie in die Erdwärmesondengleichung Gl. 1.45 und Gl. 1.46 eingesetzt werden kann.

1.5.5 Analytische Erdwärmesondengleichung

Die analytische Erdwärmesondengleichung erhält man nun durch den Zusammenzug der verschiedenen, addierbaren Widerstände an der Erdwärmesonde:

$$T_{Quelle} = T_m - (R_g + R_b + R_m - R_f) \cdot \dot{q} \quad \text{Gl. 1.43}$$

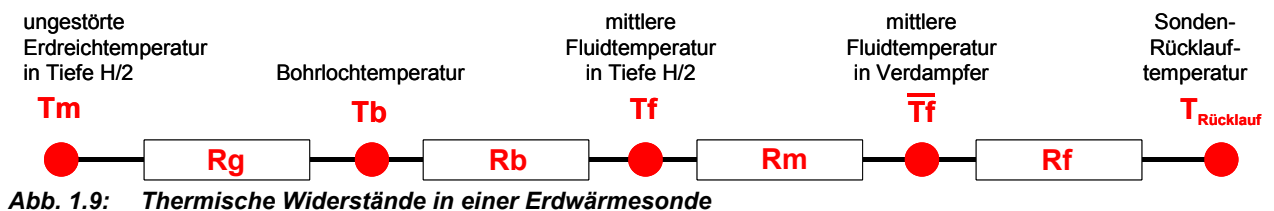
$$T_{Rücklauf} = T_m - (R_g + R_b + R_m + R_f) \cdot \dot{q} \quad \text{Gl. 1.44}$$

Ersetzt man nun T_m durch Gl. 1.14, R_g durch Gl. 1.38, R_m durch Gl. 1.37 und R_f durch Gl. 1.33, so erhält man die analytische Erdwärmesondengleichung

$$T_{Quelle} = T_{mo} + \Delta T_{Grad} \cdot \frac{H}{2} - \left[\frac{g(t, r_1)}{2\pi \lambda_{Earth}} + R_b + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{R_a} \cdot \frac{H^2}{\dot{m}^2 \cdot cp_{Sole}^2} - \frac{H}{2 \cdot \dot{m} \cdot cp_{Sole}} \right] \dot{q} \quad \text{Gl. 1.45}$$

und

$$T_{Rücklauf} = T_{mo} + \Delta T_{Grad} \cdot \frac{H}{2} - \left[\frac{g(t, r_1)}{2\pi \lambda_{Earth}} + R_b + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{R_a} \cdot \frac{H^2}{\dot{m}^2 \cdot cp_{Sole}^2} + \frac{H}{2 \cdot \dot{m} \cdot cp_{Sole}} \right] \dot{q} \quad \text{Gl. 1.46}$$



Für Größenordnungsabschätzung und Plausibilisierung von Rechenergebnissen eignet sich die Erdwärmesondengleichung sehr gut.

2 Einfluss der Hinterfüllung auf den Sondenertrag

2.1 Analytische Betrachtung

Nach Gl. 1.22 kann der Temperaturgradient im Bohrloch geschrieben werden als

$$T_b - T_f = \dot{q} \cdot R_b \quad [K] \quad \text{Gl. 2.1}$$

Die Hinterfüllung tritt nur im thermischen Bohrlochwiderstand R_b in Erscheinung. Der spezifische Sondenertrag \dot{q} [W/m] wird aber nicht nur durch den Bohrlochwiderstand R_b vorgegeben, sondern durch die Summe aller thermischen Widerstände einer Erdwärmesonde:

$$\dot{q} = \frac{T_{\text{Rücklauf}} - T_m}{\sum R} = \frac{T_{\text{Rücklauf}} - T_m}{R_g + R_b + R_m + R_f} \quad \text{Gl. 2.2}$$

Geht man davon aus, dass die unbeeinflusste Erdreichtemperatur T_m ein Standort-Parameter ist (also unabhängig vom Sondentyp und von der Sonden hinterfüllung ist), und die Sonden-Rücklauf temperat ur $T_{\text{Rücklauf}}$ eine Auslegungsgrösse ist, die gemäss der Norm SIA 384/6 [17] einzuhalten ist und somit ebenfalls unabhängig von der Sonden hinterfüllung ist, so kann die anteilmässige **Ertragsverbesserung**, die durch eine verbesserte Hinterfüllung erreicht werden kann, geschrieben werden als

$$\frac{\dot{q}_2 - \dot{q}_1}{\dot{q}_1} = \frac{\frac{1}{\sum R_2} - \frac{1}{\sum R_1}}{\frac{1}{\sum R_1}} = \frac{\sum R_1 - \sum R_2}{\sum R_2} = \frac{\Delta R_b}{R_g + R_{b2} + R_m + R_f} \quad \text{Gl. 2.3}$$

Wie ist dieses Resultat nun zu interpretieren? Gl. 2.3 zeigt uns folgendes:

1. Die prozentuale Ertragsverbesserung ist unabhängig von der absoluten Sondenbelastung \dot{q} [W/m], sie ist nur abhängig vom aktuellen Verhältnis des Bohrlochwiderstandes zum Gesamtwiderstand in einer Erdwärmesonde (Summe aller Sondenwiderstände).
2. Die Ertragsverbesserung ist bei Einzelsonden grösser als bei Sondenfeldern, da bei Einzelsonden R_g kleiner ist als bei Sondenfeldern.
3. Da der Wärmewiderstand des Bodens R_g mit der Zeit zunimmt, nimmt auch die Ertragsverbesserung bei längeren Sondenlaufzeiten etwas ab.
4. Da der Wärmewiderstand des Bodens von der Wärmeleitfähigkeit des Bodens abhängt (Gl. 1.11), ist die Ertragsverbesserung um so stärker, je besser die Wärmeleitfähigkeit des Bodens ist.
5. Bei ausgeglichener Sondenbilanz im Jahresverlauf muss der Wärmewiderstand des Bodens R_g nur für ein Jahr betrachtet werden. Aus Gl. 1.7 ergibt sich daraus, dass bei ausgeglichener Sondenbilanz die Ertragsverbesserung bei tiefen Sonden grösser ist als bei weniger tiefen Sonden.

2.2 Ertragsverbesserung mit Thermozeament

Thermozeament (teilweise auch unter der Markenbezeichnung „ThermoCem® PLUS“ bekannt) wird heute bereits von einigen Bohrunternehmungen in der Schweiz angeboten. Es soll nachfolgend die Ertragsverbesserung mit Thermozeament, verglichen mit einer Standard-Zement-Bentonit-Hinterfüllung, berechnet werden, dies am Beispiel einer Einzelsonde von 200m Bohrtiefe bei einer Sondenbelastung von 40 W/m. Mit Hilfe der Gl. 2.3 ergibt sich an diesem Beispiel eine Ertragsverbesserung von 12.9 %.

Hinterfüllungsmaterial		Zement-Bentonit	Thermozeament
Wärmeleitfähigkeit Hinterfüllung	W/mK	0.81	2.0
Wärmeleitfähigkeit Erde	W/mK	2.5	2.5
Sondenlänge	m	200	200
Sondentyp		40mm duplex	40mm duplex
Bohrdurchmesser	mm	135	135
spez. Entzug (Auslegung, Vollast)	W/m	40	40
Vollaststunden Entzug	h/a	2200	2200
spez. Jahresdurchschnittsentzug	W/m	10.0	10.0
spez. Entzug im Heizperiodenmittel	W/m	16.9	16.9
ΔT zwischen Vor- und Rücklauf	K	3	3
Sondendurchsatz	kg/s	0.72	0.72
Sondenfluid		25% Ethylenglykol	25% Ethylenglykol
Viskosität Sondenfluid	mm ² /s	4.05	4.05
spez. Wärmekapazität Sondenfluid cp	J/kgK	3725	3725
Rohrabstand ("shank spacing")	mm	60	60
Zeitkonstante Erdwärmesonde	a	176	176
Bohrlochwiderstand Rb	Km/W	0.1	0.057
relativer Bohrlochwiderstand Rb/Rb'	%	100%	57%
Interner Bohrlochwiderstand Ra	Km/W	0.22	0.152
Thermischer Transportwiderstand Rm	Km/W	0.0085	0.0123
Thermischer Verbraucherwiderstand Rf	Km/W	0.0375	0.0375
Wärmewiderstand des Bodens Rg			
- 10 Jahre / 10 W/m	Km/W	0.093	0.093
- 180 Tage / 6.9 W/m	Km/W	0.048	0.048
- 3 Tage / 23.1 W/m	Km/W	0.085	0.085
- Wärmewiderstand Rg total:	Km/W	0.227	0.227
Summe aller Widerstände ΣR	Km/W	0.493	0.428
Ertragsverbesserung:		0%	12.9%

Eine Ertragsverbesserung von 12.9% bedeutet, dass die Sonden 12.9% kürzer gebohrt werden können.

Berechnet man die Ertragsverbesserung mit dem Programm EWS (Huber, 2009 [11]), so ergibt das gleiche Beispiel mit einem realistischen Entzugsprofil eine Ertragsverbesserung von 10.5%. Gemäss dieser Simulationsrechnung können die Erdwärmesonden für dieses Beispiel also 10.5% kürzer gebohrt werden.

2.3 Zusammenhang Ertragsverbesserung / Sondentemperatur

Für den Wirkungsgrad einer einfachen Wärmepumpe ist neben der Bauart vor allem die Verdampfungstemperatur und die Kondensationstemperatur massgebend. Im Idealfall ist die Wärmequelle verantwortlich für die Verdampfungstemperatur. Im realen Fall, d. h. wenn nicht eine beliebig grosse Wärmequelle zur Verfügung steht, ist es primär die Temperatur der Wärmequelle am Austritt des Verdampfers, die für die Verdampfungstemperatur und somit den Wirkungsgrad der Wärmepumpe verantwortlich ist. Die Temperatur der Wärmequelle am Austritt des Verdampfers nennen wir in unserer Terminologie Sonden-Rücklauftemperatur ($T_{\text{Rücklauf}}$). Für die Sonden-Rücklauftemperatur gilt gemäss Gl. 1.44:

$$T_{\text{Rücklauf}} = T_m - (R_g + R_b + R_m + R_f) \cdot \dot{q}_o \cdot \frac{\dot{q}}{\dot{q}_o} \quad \text{Gl. 2.4}$$

wobei

$$\text{Def: } \dot{q}_o = \frac{\dot{Q}_{v0}}{H_o} = \frac{\text{Verdampfer-Leistung im Auslegungsfall}}{\text{Bohrtiefe Referenzfall}} \quad \text{Gl. 2.5}$$

$$\text{Def: } T_{\text{RLo}} = \text{Sondenrücklauftemperatur im Referenzfall} \quad \text{Gl. 2.6}$$

Damit kann die Abhängigkeit der Sonden-Rücklauftemperatur von der Bohrtiefe im folgenden Diagramm dargestellt werden, wobei mittlere, ungestörte Erdreichtemperatur T_m in Gl. 1.14 definiert ist:

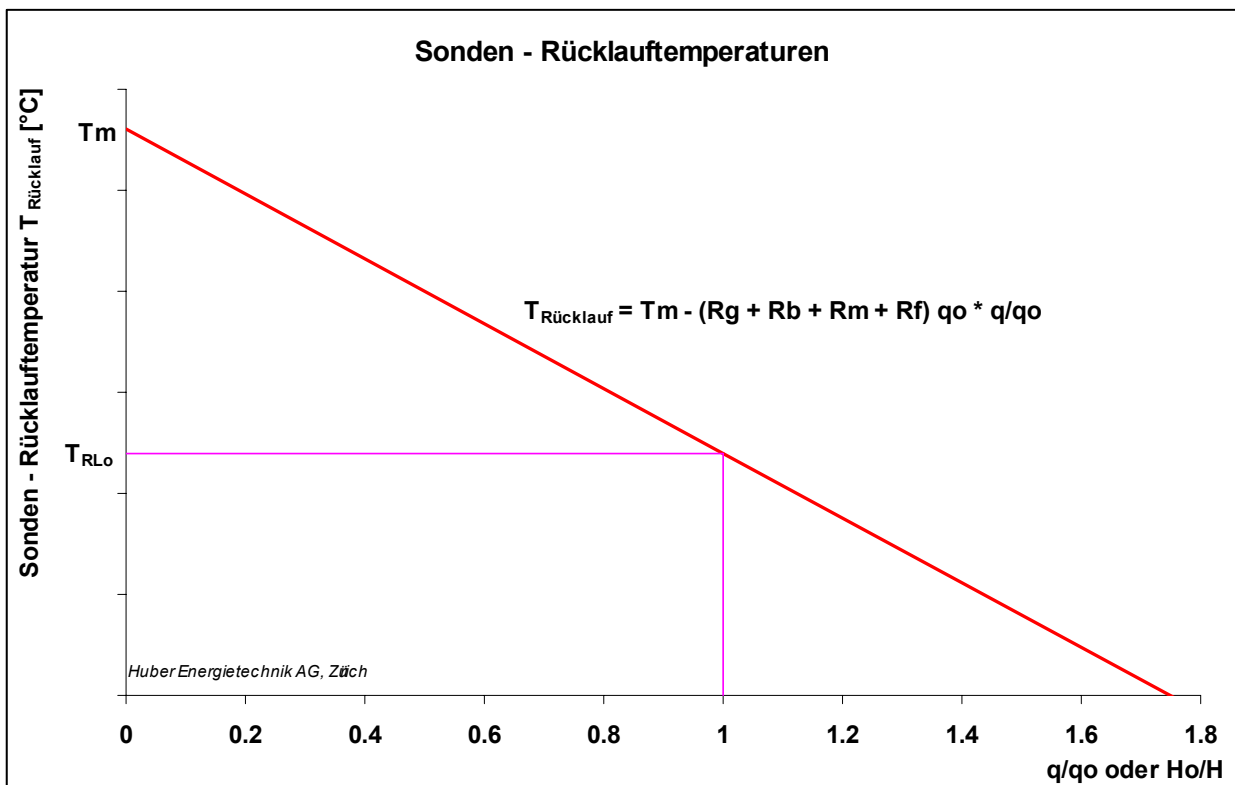


Abb. 2.1: Sonden-Rücklauftemperatur in Abhängigkeit der Sondenlänge, bzw. der spezifischen Sondenbelastung.

In der Regel wird eine Erdwärmesonde nach der Norm SIA 384/6 ausgelegt. Diese schreibt vor, dass in 50 Betriebsjahren der Mittelwert der Fluidtemperatur am Sondenkopf (Mittelwert zwischen Vorlauf- und Rücklaufemperatur) -1.5°C nicht unterschreiten darf. Bei einer Abkühlung im Verdampfer von 3K ergibt dies eine Vorlaufemperatur von 0°C und eine Sonden-Rücklaufemperatur T_{RLo} von -3°C . Dieser Wert kann als Sondenrücklaufemperatur im Referenzfall angesehen werden. Eine Ertragsverbesserung sollte sich somit auf diesen Norm-Auslegungspunkt beziehen.

Die Erhöhung der Sonden-Rücklaufemperatur kann mit diesem Referenz-Auslegungspunkt relativ geschrieben werden als:

$$\frac{T_m - T_{\text{Rücklauf}}}{T_m - T_{\text{RLo}}} = \frac{\dot{q} \cdot \sum R}{\dot{q}_o \cdot \sum R_o} \quad \text{Gl. 2.7}$$

Nimmt man die Definition der Ertragsverbesserung aus Gl. 2.3

$$\frac{\dot{q} - \dot{q}_o}{\dot{q}_o} = \text{Ertragsverbesserung} \quad \text{Gl. 2.8}$$

so kann Gl. 2.7 auch geschrieben werden als

$$\frac{T_m - T_{\text{Rücklauf}}}{T_m - T_{\text{RLo}}} = \left(\frac{\dot{q}}{\dot{q}_o} - 1 + 1 \right) \cdot \frac{\sum R}{\sum R_o} = \left(\frac{\dot{q} - \dot{q}_o}{\dot{q}_o} + 1 \right) \cdot \frac{\sum R}{\sum R_o} \quad \text{Gl. 2.9}$$

2.4 Beispiel Erhöhung Sondenrücklaufemperatur mit Thermozeament

Es soll nachfolgend die höhere Rücklaufemperatur dank Thermozeament, verglichen mit einer Standard-Zement-Bentonit-Hinterfüllung, berechnet werden, dies am Beispiel aus Kapitel 2.2. Sondenlänge und Sondenbelastung sollen dabei konstant bleiben ($q = q_o$).

$$\frac{T_m - T_{\text{Rücklauf}}}{T_m - T_{\text{RLo}}} = \left(\frac{\dot{q} - \dot{q}_o}{\dot{q}_o} + 1 \right) \cdot \frac{\sum R}{\sum R_o} = \frac{\sum R}{\sum R_o} = \frac{0.428 \text{ Km/W}}{0.493 \text{ Km/W}} = \underline{\underline{0.87}} \quad \text{Gl. 2.10}$$

Dies bedeutet also, dass sich bei diesem Beispiel die Differenz der Sondenrücklaufemperatur zur unbeeinflussten, mittleren Erdreichtemperatur um 13% reduziert.

Analog zur Verbesserung der Sonden hinterfüllung lassen sich mit der Gl. 2.9 alle relevanten Einflüsse auf die Sondenrücklaufemperatur berechnen. Am Beispiel der verbesserten Hinterfüllung der Sonden sollte das allgemeine Berechnungsmodell erläutert werden. Selbstverständlich wäre man ganz einfach und direkt mit der Gl. 1.46 auf das gleiche Resultat gekommen:

$$\Delta T_{\text{Rücklauf}} = (R_g + R_b + R_m + R_f) \cdot \dot{q} - (R_{go} + R_{bo} + R_{mo} + R_{fo}) \cdot \dot{q}_o \quad \text{Gl. 2.11}$$

Im Beispiel aus Kapitel 2.2 ergibt sich damit durch die verbesserte Hinterfüllung die folgende Erhöhung der Sondenrücklaufemperatur:

$$\Delta T_{\text{Rücklauf}} = \Delta R \cdot \dot{q} = (R_{bo} + R_{mo} - R_b - R_m) \cdot \dot{q} = (0.065 \text{ Km/W}) \cdot 40 \text{ W/m} = 2.6 \text{ K} \quad \text{Gl. 2.12}$$

3 Symbolverzeichnis

3.1 Lateinische Symbole

a	Temperaturleitfähigkeit	[m ² /s]
b	Exzentrizität bei Doppel – U – Sonden	[-]
B	Sondenabstand verschiedener Erdwärmesonden	[m]
B_u	Rohrabstand des hinaufströmenden zum hinunterströmenden Fluid (shank spacing)	[m]
cp_{Sole}	spez. Wärmekapazität des Sondenfluids	[J/(kgK)]
D_i	Innendurchmesser der Sondenrohre	[m]
$DimAxi$	Anzahl Rechenknoten in axialer Richtung	[-]
$DimRad$	Anzahl Rechenknoten in radialer Richtung	[-]
Es	dimensionslose Zeit von Eskilson	[-]
f	Gitterfaktor für das Rechengitter in radialer Richtung	[-]
g	dimensionslose Temperatursprungantwort der Erde nach Eskilson	[-]
H	Erdwärmesondenlänge, Bohrtiefe	[m]
H_o	Erdwärmesondenlänge im Referenzfall / Auslegungsfall	[m]
\dot{m}	Massenstrom, Sondendurchsatz	[kg/s]
m	Anzahl Rechenknoten in radialer Richtung (=DimRad)	[-]
n	Anzahl Sonden	[-]
Nu	Nusseltzahl	[-]
Pr	Prandtlzahl	[-]
Δp	Druckabfall	[Pa]
\dot{q}	Spezifische Wärmeentzugsleistung der Erdwärmesonde pro Länge Q/H/n	[W/m]
\dot{q}_o	Spezifische Wärmeentzugsleistung im Referenzfall / bei Auslegung	[W/m]
Δq_i	Wärmeverlust vom hinaufströmenden ans hinunterströmende Fluid	[W/m]
\dot{Q}	Leistung	[W]
\dot{Q}_V	Verdampfer-Leistung der Wärmepumpe / Entzugsleistung aus Sonde	[W]
\dot{Q}_{V_o}	Entzugsleistung aus Sonde im Referenzfall / Auslegungsfall	[W]
Re	Reynoldszahl	[-]
r_o	Innenradius des Sondenrohres	[m]
r_s	Aussenradius des Sondenrohres	[m]
r_i	Innenradius des inneren Koaxialrohres	[m]
r_a	Aussenradius des inneren Koaxialrohres	[m]
r_1	Bohrradius	[m]
r_b	radialer Abstand von der Sondenachse (Variable)	[m]
R_α	Wärmeübergangswiderstand (vom Fluid zum Sondenrohr)	[Km/W]
R_a	interner Sondenwiderstand (von hinauf- zu hinabströmendem Fluid)	[Km/W]
R_b	thermischer Bohrlochwiderstand (von Fluid - bis Bohrradius) in Tiefe z	[Km/W]
R_{bo}	thermischer Bohrlochwiderstand im Referenzfall	[Km/W]
R_c	thermischer Sondenwiderstand (von Sondenrohr- bis Bohrradius)	[Km/W]
R_f	thermischer Verbraucherwiderstand, $(T_{Quelle} - \bar{T}_f) / \dot{q}$	[Km/W]
R_{fo}	thermischer Verbraucherwiderstand im Referenzfall	[Km/W]
R_g	thermischer Widerstand des Bodens ($g / 2 / \pi / \lambda_{Earth}$)	[Km/W]
R_{go}	thermischer Widerstand des Bodens im Referenzfall	[Km/W]
R_m	thermischer Transportwiderstand zwischen der Tiefe H/2 und der Oberfläche	[Km/W]
R_{mo}	thermischer Transportwiderstand im Referenzfall	[Km/W]

ΔT_{Grad}	Temperaturgradient im unbeeinflussten Erdreich	[K/m]
$\Delta T_{Rücklauf}$	Erhöhung der Sondenrücklauftemperatur ($T_{Rücklauf} - T_{RL0}$)	[K]
T_b	Bohrlochtemperatur in Tiefe z (auf dem Radius r_1)	[°C]
$\overline{T_b}$	über die Bohrtiefe gemittelte Bohrlochtemperatur (auf dem Radius r_1)	[°C]
T_f	mittlere Fluidtemperatur in der Tiefe z	[°C]
$\overline{T_f}$	mittlere Fluidtemperatur, $\frac{1}{2} (T_{Quelle} + T_{Rücklauf})$	[°C]
T_{down}	Temperatur des hinunterströmenden Fluids in der Tiefe z	[°C]
T_{Luft}	langjährige Mitteltemperatur der Aussenluft	[°C]
T_m	ungestörte Erdreichmitteltemperatur (in der Tiefe z)	[°C]
T_{mo}	Jahresmitteltemperatur der Erdoberfläche	[°C]
T_{Quelle}	Quellentemperatur (Temperatur des ausströmenden Sondenfluids)	[°C]
$T_{Rücklauf}$	Rücklauftemperatur (Temperatur des einströmenden Sondenfluids)	[°C]
T_{RL0}	Rücklauftemperatur im Referenzfall / Auslegungsfall	[°C]
T_{up}	Temperatur des hinaufströmenden Fluids in der Tiefe z	[°C]
t_s	Sondenzeitkonstante	[s]
v	Strömungsgeschwindigkeit	[m/s]
w	Wandstärke des Innenrohrs bei Koaxialsonden ($r_a - r_i$)	[m]
z	Tiefe im Erdreich, von der Erdoberfläche an gerechnet	[m]

3.2 Griechische Symbole

α	Wärmeübergangskoeffizient des Sondenfluids an die Sonde	[W/(m ³ K)]
β	dimensionsloser thermischer Widerstand Sondenrohr bis Fluid	[-]
ξ	dimensionsloser Druckverlustkoeffizient (Rohrreibungszahl, oft auch λ)	[-]
γ	Eulerkonstante, 0.5772..	[-]
ν	kinematische Viskosität der Sondenfüllung	[m ² /s]
λ_{Earth}	Wärmeleitfähigkeit der Erde	[W/(mK)]
λ_{Fill}	Wärmeleitfähigkeit der Hinterfüllung	[W/(mK)]
λ_{isol}	Wärmeleitfähigkeit des isolierten Sondenrohrs	[W/(mK)]
λ_s	Wärmeleitfähigkeit der Sondenrohre	[W/(mK)]
λ_w	Wärmeleitfähigkeit des Innenrohrs bei Koaxialsonden	[W/(mK)]
σ	Konduktivitätsparameter der Hinterfüllung	[-]
ΣR	Summe der Sondenwiderstände ($R_g + R_b + R_m + R_f$)	[W/(mK)]
ΣR_0	Summe der Sondenwiderstände im Referenzfall / Auslegungsfall	[W/(mK)]

4 Literaturverzeichnis

- [1] Afjei, Th.; Dott, R., Huber, A.: **Heizen und kühlen mit erdgekoppelten Wärmepumpen**. Schlussbericht. Bundesamt für Energie (BFE), Bern, 2007.
- [2] Carslaw, H.S.; Jaeger, J.C.: **Conduction of heat in solids**. 2nd ed., Oxford Univers. Press, London, 1959
- [3] Claesson, J.; Eskilson, P.: **Conductive Heat Extraction by a Deep Borehole. Analytical Studies**. Dep. of Mathematical Physics, University of Lund, 1987
- [4] Eskilson, P.: **Thermal Analysis of Heat Extraction Boreholes**. Department of Mathematical Physics, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1987. ISBN 91-7900-298-6
- [5] Good, J.; Huber, A.; Widmer, P.; Nussbaumer, Th.; Trüssel, D.; Schmid, Ch.: **Gekoppelte Kälte- und Wärmeerzeugung mit Erdwärmesonden. Handbuch zum Planungsvorgehen**. Bundesamt für Energie (BFE), Bern, 2001.
- [6] Hellström, G.: **Ground Heat Storage. Thermal Analyses of Duct Storage Systems. Theory**. Dep. of Mathematical Physics, University of Lund, Sweden, 1991. ISBN 91-628-0290-9
- [7] Huber, A.; Schuler, O.: **Berechnungsmodul für Erdwärmesonden**. Forschungsprogramm Umgebungs- und Abwärme, Wärmekraftkopplung. Bundesamt für Energie, Bern, 1997.
- [8] Huber, A.; Pahud, D.: **Untiefe Geothermie: Woher kommt die Energie?** Forschungsprogramm Geothermie. Bundesamt für Energie (BFE), Bern, 1999.
- [9] Huber, A.; Pahud, D.: **Erweiterung des Programms EWS für Erdwärmesondenfelder**. Schlussbericht. Bundesamt für Energie (BFE), Bern, 1999.
- [10] Huber, A.; Ochs, M.: **Hydraulische Auslegung von Erdwärmesondenkreisläufen Mit der Software „EWSDruck“ Vers. 2.0**. Bundesamt für Energie, Bern, 2007.
- [11] Huber, A.: **Programm EWS. Berechnung von Erdwärmesonden. Benutzerhandbuch, Version 4.0**. Huber Energietechnik AG, Zürich, 2009. <http://www.hetag.ch>.
- [12] Huber, A.: **Erdwärmesonden für Direktheizung. Phase 1: Modellbildung und Simulation**. Schlussbericht. Bundesamt für Energie (BFE), Bern, 2005.
- [13] Huber, A.: **Rechenmethode WPesti: Modellbescrieb**. Verein MINERGIE® (<http://www.minergie.ch>), AWEL (<http://www.energie.zh.ch>), FWS (<http://www.fws.ch>). Zürich, 2006.
- [14] Huber, A.: **Planung von gekoppelten Kälte- und Wärme-Erzeugungsanlagen mit Erdwärmesonden**. Weiterbildungskurs 235, Hochschule für Technik+Architektur, Luzern, 2006
- [15] Leu, W.; Keller, G.; Mégel, Th.; Schärli, U.; Rybach, L.: **Programm SwEWS-99. Berechnungsprogramm für geothermische Eigenschaften der Schweizer Molasse (0-500m)**. Schlussbericht. Bundesamt für Energie, Bern, 1999.
- [16] Leu, W.; Keller, G.; Matter, A.; Schärli, U.; Rybach, L.: **Geothermische Eigenschaften Schweizer Molassebecken (Tiefenbereich 0-500m)**. Bundesamt für Energie, Bern, 1999
- [17] Norm SIA 384/6: **Erdwärmesonden**, 2009, SIA, Zürich
- [18] Merker, G.: **Konvektive Wärmeübertragung**. Springer-Verlag, 1987
- [19] Werner, A.; Bigler, R.; Niederhauser, A. et. al.: **Grundlagen für die Nutzung von Wärme aus Boden und Grundwasser im Kanton Bern. Thermoprogramm Erdwärmesonden, Burgdorf**. Schlussbericht. Wasser- und Energiewirtschaftsamt des Kt. Bern (WEA). 1996.